銘傳大學 99 學年度研究所碩士班招生考試

應用統計資訊學系碩士班

第四節

機率論試題

（第 1 頁共一頁）（限用答案本作答）　　□可使用計算機 ☑不可使用計算機

1. 令 X 為一連續隨機變數，其機率密度函數 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty<x<\infty$，求 $P(1\le|X|\le3)=$？ (15%)

2. 令 X 與 Y 獨立且為幾何分配，其參數分別為 $p_1=1/2, p_2=1/3$， 求 $W=\min(X,Y)$ 的分配為何？ (幾何分配為 $f(x)=p(1-p)^{x-1}, x=1,2,\cdots$) (10%)

3. 令 $M_X(t)=E(e^{tX})$ 為隨機變數 X 之動差母函數 (moment generating function)，為二階可微分函數，若 $R_X(t)=\ln M_X(t)$，請證明 $R'_X(0)=E(X)$，$R''_X(0)=Var(X)$。 (10%)

4. 設隨機變數 X 具有機率密度函數 $f(x)=0.5e^{-5x}+9e^{-10x}, x>0$，試求 $M_X(t)=$？ (15%)

5. 令 $f(x,y)=\begin{cases} kx^2(x-y), & 0<x<1, -x<y<x \\ 0, & otherwise \end{cases}$，求使得上面函數為一個聯合機率密度函數的 k 值？ (15%)

6. 設 X 與 Y 的聯合機率密度函數 $f(x,y)=\begin{cases} 1/y, & 0<x<y, 0<y<1 \\ 0, & otherwise \end{cases}$，求
   (a) $X=1/2$ 時 Y 之條件機率密度函數。(10%)
   (b) 以及其條件期望值 $E(Y\mid X=1/2)$。(5%)

7. 令 X 與 Y 為分別具有參數 λ_1 與 λ_2 的兩獨立 Poisson 分配，求條件期望值 $E(Y\mid X+Y=5)=$？ (10%)

8. 假設 Y 為一隨機變數，經 $X=\ln Y$ 轉換後之分配為指數分配 $\theta=5$，即機率密度函數為 $f(x)=\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, x>0$，求 $E(\sqrt[3]{Y})=$? (10%)

試題完